Karolina Kołodziej
Szkoła Podstawowa nr 33 w Krakowie
Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie

Czy ten zegar się spóźnia? Uczniowie wobec zadań związanych z czasem

Wstęp

W 2019 roku, na mocy wprowadzonej w 2017 roku reformy edukacji, uczniowie klas ósmych przystąpią po raz pierwszy do egzaminu ósmoklasisty. Jednym z obowiązkowych przedmiotów egzaminacyjnych, oprócz języka polskiego i języka obcego nowożytnego, jest matematyka. Celem egzaminu z matematyki jest sprawdzenie, w jakim stopniu uczniowie kończący ośmioklasową szkołę podstawową spełniają wymagania określone w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla pierwszych dwóch etapów edukacyjnych, czyli klas I–VIII.

W materiałach, które zamieściła na swojej stronie internetowej Centralna Komisja Egzaminacyjna (*Informator o egzaminie ósmoklasisty z matematyki* oraz *Matematyka przykładowy zestaw zadań*), niemałą reprezentację stanowią zadania dotyczące upływu czasu. Zagadnienia te mają swoje miejsce w wymaganiach szczegółowych podstawy programowej z matematyki dla klas IV–VI ośmioklasowej szkoły podstawowej pod hasłem *Obliczenia praktyczne*. Umiejętności tam wymienione są identyczne z tymi, które są zawarte w podstawie dla sześcioletniej szkoły podstawowej. W podstawie dla gimnazjum wymagania szczegółowe dotyczące tej tematyki są zawarte w punkcie: *Uczeń stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek.*

Posługiwanie się obliczeniami zegarowymi i kalendarzowymi jest umiejętnością przydatną w życiu codziennym, ma zatem swoje miejsce w edukacji dzieci od najmłodszych lat. Jest również wdzięcznym motywem zadań egzaminacyjnych. Dokonany przegląd zestawów zastosowanych na sprawdzianie w klasie szóstej szkoły podstawowej w latach 2012–2016 oraz na egzaminie gimnazjalnym z matematyki w latach 2012–2018 utwierdził autorkę opracowania w przekonaniu, że warto zająć się zagadnieniem upływu czasu w zadaniach szkolnych/egzaminacyjnych. A wszystko po to, aby nie spóźnić się z przygotowaniem uczniów do pierwszego egzaminu ósmoklasisty, który odbędzie się w 2019 roku.

Wśród zadań zastosowanych podczas sprawdzianów po klasie szóstej dominują zadania sprawdzające umiejętności z obszaru wymagań *Wykorzystanie wiedzy w praktyce* oraz *Korzystanie z informacji*. Tylko jedno z nich było zadaniem otwartym krótkiej odpowiedzi i zalicza się do zadań najtrudniejszych dla uczniów. Poziom wykonania przez szóstoklasistów zadań dotyczących omawianej tematyki jest bardzo zróżnicowany i zawiera się w przedziale 36–83%.

Większość zadań zalicza się do trudnych (4 zadania) albo umiarkowanie trudnych (3 zadania), a 4 zadania okazały się dla szóstoklasistów łatwe. Nie było zadań bardzo trudnych i bardzo łatwych.

Tabela 1. Zadania związane z czasem na sprawdzianie w klasie VI szkoły podstawowej

Rok	Nr zad.	Obszar standardów/ Wymaganie ogólne	Nr wymagania szczegółowego	Typ zad.	Poziom wykonania (w %)
2012	15	Wykorzystanie wiedzy w praktyce	5.3	WW	42
	23	Wykorzystanie wiedzy w praktyce	5.3	KO 2 p	36
2013	12	Rozumowanie	3.7	WW	47
	15	Korzystanie z informacji	4.1	WW	50
	16	Korzystanie z informacji	4.1	WW	77
	17	Korzystanie z informacji	4.1	WW	36
	18	Korzystanie z informacji	4.1	WW	57
2014	15	Wykorzystanie wiedzy w praktyce	5.3	WW	70
	17	Korzystanie z informacji	4.1	WW	60
2015	20	III. Modelowanie matematyczne	12.3	D	76
2016	16	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji	12.3	WW	83

Tabela 2. Zadania związane z czasem na egzaminie gimnazjalnym

Rok	Nr zad.	Wymaganie ogólne	Nr wymagania szczegółowego	Typ zad.	Poziom wykonania (w %)
2012	6	I. Wykorzystanie i tworzenie informacji	8.4	WW	90
	14	IV. Użycie i tworzenie strategii	1.7	WW	27
2013	11	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	SP 12.9	PF	54
2014	11	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji	1.7	WW	71
	21	I. Wykorzystanie i tworzenie informacji	1.7	3p	70
2015	1	I. Wykorzystanie i tworzenie informacji	SP 12.9	WW	75
	2	I. Wykorzystanie i tworzenie informacji	1.7	WW	82
2016	1	I. Wykorzystanie i tworzenie informacji	8.4	WW	79
2017	1	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji	8.4	PF	62
	2	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji	1.7	WW	57
2018	8	III. Modelowanie matematyczne	7.1 i 7.3	WW	62

Na egzaminach gimnazjalnych zadania, w których upływ czasu odgrywał ważną rolę, odnoszą się zazwyczaj do pierwszych dwóch wymagań ogólnych, tj. do *Wykorzystania i tworzenia informacji* oraz *Wykorzystywania i interpretowania reprezentacji*. Poziom wykonania zadań przez gimnazjalistów jest bardziej wyrównany i wyższy; mieści się w przedziale 54–90%. Wyjątek stanowi jedno zadanie WW, zastosowane w 2012 roku, w którym poprawną odpowiedź wskazało 27% uczniów. Może to wynikać z faktu, że jest to jedyne zadanie sprawdzające umiejętności z zakresu wymagania *Użycie i tworzenie strategii.* Ogółem spośród jedenastu zadań pięć zaliczono do zadań łatwych, jedno do bardzo łatwych, cztery do umiarkowanie trudnych oraz jedno do zadań trudnych. Żadne z zadań nie było dla gimnazjalistów bardzo trudne.

W materiałach proponowanych przez CKE zagadnienia związane z czasem występują w różnych typach zadań i obejmują wszystkie cele kształcenia wymienione w podstawie programowej dla II etapu edukacyjnego. Próba zdiagnozowania, czy uczniowie są przygotowani do rozwiązywania zadań o wyższym stopniu złożoności oraz wymagających wykorzystania narzędzi matematyki do rozwiązywania zadań praktycznych, była głównym motywem podjęcia badań. W tabeli 3 boldem wyróżniono zadania, które były przedmiotem rozważań.

Tabela 3. Zadania związane z czasem w informatorze i arkuszu pokazowym

Źródło	Nr zad.	Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe	Typ zad.
Informator	**1**	**I. Sprawność rachunkowa**	KLASY IV–VI **XII.3. Uczeń: wykonuje proste obliczenia zegarowe […]**	WW
	13	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji	KLASY VII i VIII XIII.1. Uczeń: interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel […]	WW
	14	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji	KLASY VII i VIII XIII.1. Uczeń: interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel […]	PF
	23	IV. Rozumowanie i argumentacja	KLASY IV–VI XII.4. Uczeń: wykonuje proste obliczenia kalendarzowe […]	KO 2p
	34	**IV. Rozumowanie i argumentacja**	**KLASY IV–VI XII.3. Obliczenia praktyczne. Uczeń: wykonuje proste obliczenia zegarowe […]**	KO 2 p
Arkusz	3	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji	KLASY IV–VI XII.3. Obliczenia praktyczne. Uczeń: wykonuje proste obliczenia zegarowe […]	PF
	6	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	KLASY IV–VI XII.9. Obliczenia praktyczne. Uczeń: w sytuacji praktycznej oblicza: drogę […]	WW
	19	**III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji**	**KLASY IV–VI XIV.5. Uczeń: do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym […]**	2p
	22	**IV. Rozumowanie i argumentacja**	**KLASY VII i VIII VI.4. Uczeń: rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równania […]**	RO 4p

Opis badań

Spośród zadań udostępnionych przez CKE zostały wybrane te, które są możliwe do rozwiązania przez uczniów o różnym poziomie matematycznych doświadczeń. Przygotowano zestawy, w każdym było po dwa zadania zamknięte i po cztery otwarte. Zadania dotyczyły nie tylko obliczeń kalendarzowych i zegarowych, ale również innych obliczeń praktycznych oraz zagadnień geometrycznych. W artykule przedstawiono analizę obserwacji tylko wybranych zadań, które dotyczą upływu czasu. Zestawy były rozwiązywane przez uczniów klas piątych, szóstych i siódmych z trzech krakowskich szkół podstawowych oraz klas drugich i trzecich gimnazjum. W zestawie dla klas piątych i szóstych dobór zadań został zmodyfikowany, niemniej wszystkie zadania, których dotyczy opracowanie, rozwiązywali uczniowie reprezentujący każdy poziom. Zadanie 3. i 4. występowało we wszystkich zestawach, stąd różne liczby wyników dla poszczególnych zadań.

Tabela 4. Liczby rozwiązanych zadań na kolejnych poziomach

Nr zadania/klasa	V	VI	VII	II G	III G	Razem
1	45	22	36	22	20	145
2	45	22	36	22	20	145
3	58	31	51	45	50	235
4	58	31	51	45	50	235

Pytania badawcze

1. Czy poziom wykonania zadań zmienia się wraz z wiekiem szkolnym uczniów?
2. Jakie są źródła niepowodzeń w rozwiązywaniu zadań?
3. Czy poziom wykonania zadania jest zależny od wymagania ogólnego, które jest przypisane do tego zadania?
4. Jakie sposoby rozwiązania zadań otwartych prezentują uczniowie z poszczególnych poziomów?
5. Czy umiejętności wykorzystane podczas rozwiązywania zadań dotyczących czasu są zgodne z zaplanowanymi przez autorów?

Analiza rozwiązywalności zadań

Zadanie 1. (0–1) *Informator* zadanie 1.

Kasia zauważyła, że ścienny zegar w mieszkaniu babci w ciągu każdej godziny spóźnia się o kolejne 4 minuty. Gdy poprawnie działający zegarek Kasi wskazywał godzinę 9:00, dziewczynka ustawiła na zegarze ściennym tę samą godzinę. Przyjęła, że w każdym kolejnym kwadransie opóźnienie jest jednakowe.

Którą godzinę wskaże zegar ścienny po upływie 2 godzin i 3 kwadransów od godziny 9:00, jeżeli zachowana zostanie zaobserwowana tendencja opóźniania? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 11:34 **B.** 11:37 **C.** 11:41 **D.** 11:56

Tabela 5. Wybieralność dystraktorów w zadaniu 1. (w %)

Odpowiedź/klasa	V	VI	VII	II G	III G
A.	24	36	42	32	35
B.	4	27	19	9	15
C.	33	5	8	14	15
D.	36	32	28	41	35
Brak zaznaczenia	2	0	3	5	0

Duża atrakcyjność dystraktora D w każdej klasie wynika ze złego rozumienia sformułowania „spóźnia się". Wybór tej odpowiedzi świadczy o tym, że została poprawnie obliczona różnica w minutach między godziną wskazaną przez zegar i faktyczną, ale zamiast odejmowania zostało wykonane dodawanie. Z kolei wybór odpowiedzi C wskazuje na to, że uczeń zbyt pobieżnie przeczytał treść zadania i wyłowił z niej tylko informację liczbową mówiącą o spóźnieniu, po czym w stosunku do czasu rzeczywistego cofnął się o 4 minuty. Można przypuszczać, że rozumie zwrot „zegar spóźnia się", ale barierą w ustaleniu poprawnej odpowiedzi jest fakt, że część informacji jest zawarta w treści zadania, a kolejna w pytaniu. Z kolei wybór odpowiedzi B świadczy o błędnym zrozumieniu sformułowania „w ciągu każdej godziny spóźnia się o kolejne 4 minuty". Tym razem uczeń bierze pod uwagę tylko pełne godziny, tak jakby opóźnianie zegara było „skokowe" i następowało co godzinę. Zatem od czasu rzeczywistego cofa się o 8 minut. Poziom wykonania zadania nie jest bardzo zróżnicowany w klasach o różnym stażu szkolnym, dla wszystkich było to zadanie trudne. Największą trudność sprawiło uczniom klas piątych, co może wynikać z mniejszej biegłości czytania ze zrozumieniem.

Zadanie 2. (0–2) *Przykładowy arkusz* zadanie 19.

Na pływalni w marcu obowiązywała promocja.

Jednorazowe wejście na pływalnię – 9 zł PROMOCJA!!! *Co czwarte wejście gratis!*

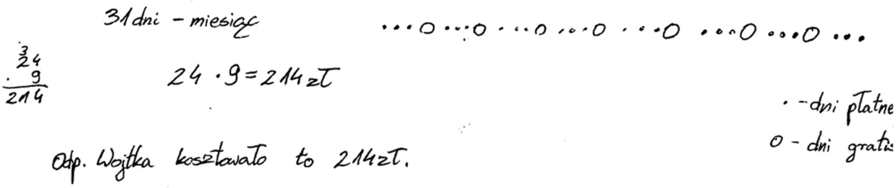
Wojtek był w marcu codziennie jeden raz na pływalni i wykorzystał wszystkie ulgi promocyjne. Ile kosztowało go korzystanie z pływalni w marcu? Zapisz obliczenia.

Tabela 6. Poziom wykonania zadania 2.

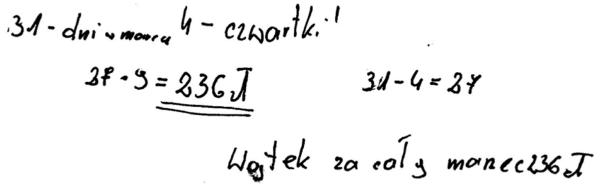
Klasa	V	VI	VII	II G	III G
Poziom wykonania (w %)	**28**	**77**	**74**	**91**	**88**
Niepodjęta próba (w %)	7	9	0	0	0

W celu ustalenia odpowiedzi należało przedstawić sposób obliczenia liczby płatnych wejść lub kwoty zniżki, a następnie obliczyć koszt korzystania z pływalni. Zadanie okazało się łatwe lub bardzo łatwe dla wszystkich klas, z wyjątkiem piątych, i tylko sporadycznie w młodszych klasach uczniowie nie podejmowali prób podjęcia rozwiązania. Z analizy rozwiązań wynika, że dominował sposób wypisywania kolejnych dni wejść gratisowych w celu ustalenia liczby dni, za które należy zapłacić, po czym następowało wyliczenie kosztu. Drugi sposób ustalenia liczby płatnych wejść to podzielenie liczby dni marca przez 4 i odjęcie części całkowitej ilorazu od liczny 31. Obydwa sposoby zanotowano we wszystkich klasach, przy czym w najmłodszej klasie uczniowie częściej rozpoczynali od wypisywania kolejnych dni miesiąca i zliczania wejść gratisowych. W pozostałych klasach omawiane sposoby wyznaczenia liczby płatnych wejść/kwoty zniżki występowały równomiernie. W rozwiązaniach uczniów z klas piątych spory odsetek stanowiły takie, które świadczą o braku zrozumienia sformułowania *Co czwarte wejście gratis*, rozumiane często jako *cztery* wejścia bezpłatne. Takie sytuacje w klasach starszych też występowały, ale sporadycznie. Około 17% uczniów podczas rozwiązywania tego zadania popełniło błąd rachunkowy, przy czym wśród młodzieży gimnazjalnej były to sytuacje sporadyczne, w klasach szkoły podstawowej średnio co piąty uczeń wykonał niepoprawne obliczenia. Zamieszczone poniżej przykłady rozwiązań uczniowskich ilustrują omawiane problemy niepoprawności rachunkowej, a przykład 2. – błędnej interpretacji treści zadania.

Przykład 1. (klasa V)



Przykład 2. (klasa VII)



Zadanie 3. (0–4) *Przykładowy arkusz* zadanie 22.

W wypożyczalni Gierka za wypożyczenie gry planszowej trzeba zapłacić 8 zł za 3 dni i dodatkowo po 2,50 zł za każdy kolejny dzień wypożyczenia. Natomiast w wypożyczalni *Planszówka* płaci się 12 zł za 3 dni i po 2 zł za każdy kolejny dzień. Przy jakiej liczbie dni koszty wypożyczenia tej gry w jednej i drugiej wypożyczalni są jednakowe? Zapisz obliczenia.

Tabela 7. Poziom wykonania zadania 3.

Klasa	V	VI	VII	II G	III G
Poziom wykonania (w %)	23	56	61	52	58
Niepodjęta próba (w %)	21	0	8	4	4

W celu ustalenia liczby dni, przy której koszty wypożyczenia gry w obu wypożyczalniach są jednakowe, należało poprawnie zinterpretować opisane sposoby naliczania należności, z uwzględnieniem opłaty za pierwsze 3 dni. Najczęściej uczniowie wyznaczali koszty za kolejne dni dla obu wypożyczalni, do chwili uzyskania jednakowych kwot. W kasach gimnazjalnych oraz siódmych zdarzały się rozwiązania z wykorzystaniem równań, jak zaplanowali autorzy zadania, ale takie podejście zaproponował jeden na czterech uczniów z wymienionych poziomów. Niejednokrotnie uczniowie podejmujący próbę rozwiązania tym sposobem nie radzili sobie z ułożeniem poprawnego równania, co skutkowało uzyskaniem za zadanie 0 punktów. W klasie szóstej i piątej takich rozwiązań nie zanotowano, gdyż ten zakres treści jest zaplanowany do realizacji w klasie siódmej. Przedstawione poniżej dwa przykłady to rozwiązania poprawne. Przykład 3. to najczęściej stosowany sposób rozwiązania w badanej grupie, przy czym formy zapisu były bardzo zróżnicowane: tabele, grafy, schematy blokowe, a nawet oś liczbowa. Przykład 4. jest rozwiązaniem najkrótszym spośród zaobserwowanych. Taki sposób zastosowało pięciu uczniów, co stanowi 2% badanych.

Przykład 3. (klasa II G)

Gierka	8	10.50	13	15.50	18	20.50	23	25.50	28
Planszówka	12	14	16	18	20	22	24	26	28
	I–III	IV	V	VI	VII	VIII	XI	X	XI

Odp.: Po 11 dniach koszty są jednakowe.

Przykład 4. (klasa VI)

~~8~~ 12-8=4 2,50-2=0,50 4:0,50=8 8+3=11

~~11~~ W 11 dniu koszta gry z obu. wypożyczalni są takie same

Kolejne przykłady pokazują najczęściej popełniane przez uczniów błędne interpretacje treści polecenia. Przykład 5. ilustruje sytuację, w której uczeń uwzględnia tylko warunek: *koszty wypożyczenia są jednakowe*, bez zwrócenia uwagi, że chodzi o liczbę dni, w których taka sytuacja nastąpi.

Przykład 5. (klasa VI)

8zł+2,50zł+2,50zł=13zł – 5dni
12zł+2zł+2zł=16zł – 5dni
13zł+2,50zł+2,50zł=18zł – 7dni
16zł+2zł=18zł – 6dni

Odp. Koszt wypożyczenia gry są równe w 7dniu w wypożyczalni „Gierka" i 6 dniu w wypożyczalni „Planszówka".

Zatem uczeń oblicza koszty za kolejne dni korzystania z gry w obu wypożyczalniach do chwili otrzymania identycznych wartości, po czym udziela odpowiedzi. Taki sposób rozumowania przedstawiło około 18% uczestników badań, głównie uczniów szkół podstawowych, sporadycznie z klas gimnazjalnych.

W kolejnym przykładzie pokazano inny rodzaj niepoprawnej interpretacji polecenia. Uczeń, wykonując dodawanie, oblicza koszty wypożyczenia gry w obu wypożyczalniach do momentu ich zrównania, ale w odpowiedzi nie uwzględnia trzech początkowych dni. Może to wynikać zarówno z nieuważnego przeczytania pytania, jak i błędnej interpretacji polecenia. Takie podejście zaobserwowano również w rozwiązaniach z zastosowaniem równań, gdzie uczeń, nawet przy poprawnym oznaczeniu niewiadomej, udzielił odpowiedzi bezpośrednio po rozwiązaniu równania, nie dodając trzech dni do otrzymanej liczby. Problem taki dotyczy ok. 20% badanych uczniów.

Przykład 6. (klasa V)

8+2,5+2,5+2,5+2,5+2,5+2,5+2,5+2,5=28

12+2+2+2+2+2+2+2+2=28

Po 8 dniach koszty wypożyczenia są jednakowe.

Przykład 7. ilustruje nieudaną próbę rozwiązania zadania z zastosowaniem równań. Z zapisu wynika, że zwrot „8 zł za 3 dni" został zinterpretowany jako „3 dni po 8 zł". Takie rozumienie zauważono również w innych sposobach rozwiązania zadania, ogółem problem dotyczy ok. 5% badanych.

Przykład 7. (klasa VII)

x - przedłużone dni

3·8 + 2,5x = 3·12 + 2x

24 + 2,5x = 36 + 2x / -2x

24 + 0,5x = 36 / -24

0,5x = 12 / ·2

x = 24

3·8 + 2,5·24 = 3·12 + 2·24

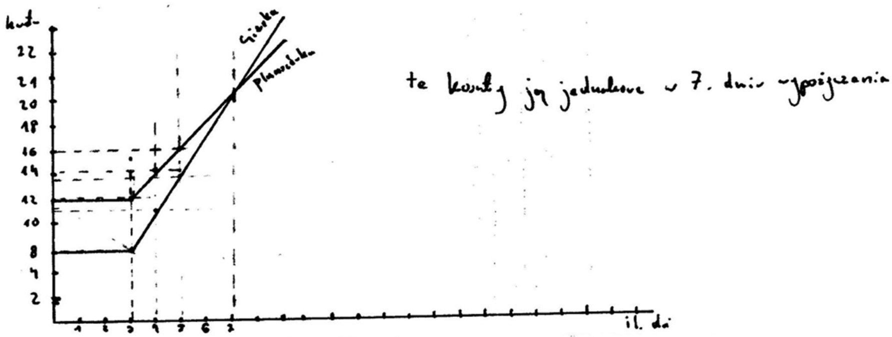
24 + 60 = 36 + 48

84 = 84

odp. Przy 24 dniach

W kolejnym przykładzie zaprezentowano nietypowe (jedyne w próbie) rozwiązanie graficzne. Zależności przedstawione w zadaniu zostały przedstawione w postaci wykresów, a liczba dni odczytana jako współrzędna punktu ich przecięcia. Niedokładne zaznaczenie punktów spowodowało, że odpowiedź była różna od poprawnej.

Przykład 8. (klasa III G)



Zadanie 4. (0–2) *Informator* zadanie 34.

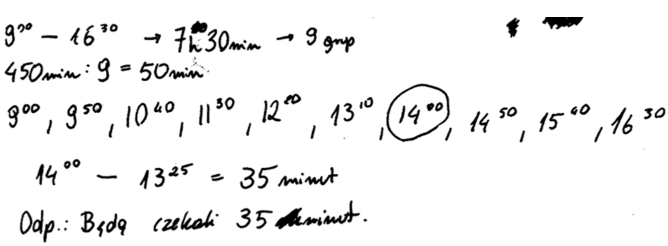
Jaskinię Książęcą może zwiedzić codziennie tylko dziesięć grup, które wchodzą po jednej w jednakowych odstępach czasu. Pierwsza grupa rozpoczyna zwiedzanie o 9:00, a ostatnia – o 16:30. Grupa harcerzy przyszła zwiedzić jaskinię o godzinie 13:25. Ile co najmniej minut harcerze będą czekali na wejście do jaskini? Zapisz obliczenia.

Tabela 8. Poziom wykonania zadania 4.

Klasa	V	VI	VII	II G	III G
Poziom wykonania (w %)	10	8	19	21	19
Niepodjęta próba (w %)	33	16	18	4	4

Ustalenie minimalnego czasu oczekiwania wymagało obliczenia w pierwszej kolejności czasu zwiedzania jaskini przez jedną grupę, a następnie określenia godzin wejścia kolejnych grup. Pokonanie pierwszego etapu okazało się bardzo trudne dla większości uczniów. Zazwyczaj, jeśli ta część zadania została rozwiązana poprawnie, rozumowanie było doprowadzane do końca i uczeń uzyskiwał 2 punkty (przykład 9.).

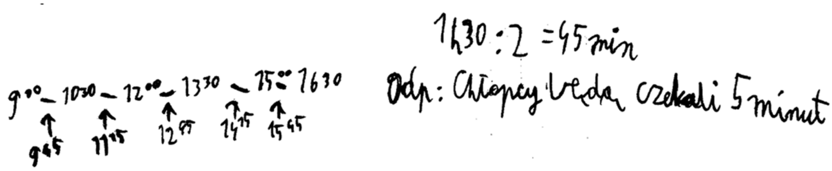
Przykład 9. (rozwiązanie poprawne, klasa VII)



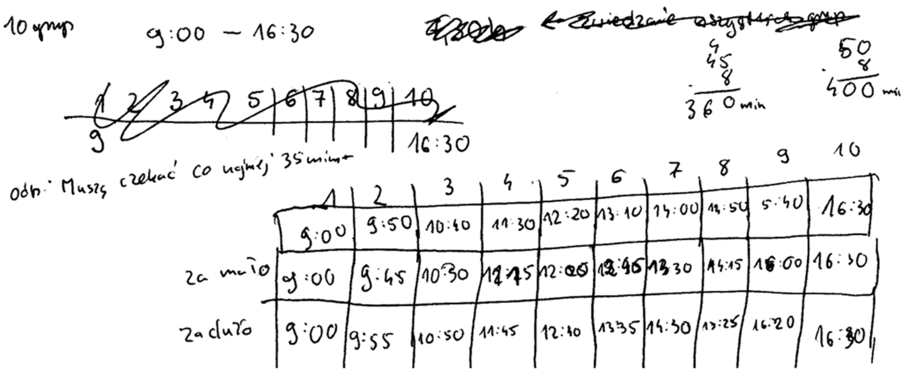
Około 16% uczniów przyjmowało czas zwiedzania jaskini bez obliczeń, najczęściej było to 45 minut, i przy tym założeniu kontynuowali rozwiązanie. Niektórzy próbowali swój pomysł podbudować niemającymi uzasadnienia obliczeniami (przykład 10.). W dwóch rozwiązaniach ustalenie czasu trwania zwiedzania przez jedną grupę odbyło się metodą prób i błędów (przykład 11.).

W większości przypadków uczniowie poprawnie obliczali, ile czasu upłynie od otwarcia jaskini do wejścia ostatniej grupy, ale otrzymany wynik dzielili przez 10, co skutkowało uzyskaniem 0 punktów. Ustalanie liczby grup, które zwiedziły jaskinię od chwili wejścia pierwszej z nich do podanego czasu wejścia ostatniej, było głównym powodem niskiego poziomu wykonania zadania. Dla tego zadania zanotowano również największą frakcję opuszczeń, zwłaszcza wśród uczniów szkół podstawowych.

Przykład 10. (klasa VI)



Przykład 11. (klasa II G)



Wnioski

Poziom wykonania zadań przez uczniów o różnym stażu szkolnym jest zbliżony, za wyjątkiem uczniów klas piątych. Uczniowie klas V–VI popełniają więcej błędów rachunkowych niż ich starsi koledzy. Grupa najmłodszych również najczęściej nie podejmowała prób rozwiązywania zadań otwartych. Z komentarzy, które uczniowie zapisywali na marginesach zadań, wynika, że najczęstszym powodem było niezrozumienie polecenia. Kolejnym problemem jest rozumienie i interpretacja różnych pojęć i sformułowań użytych w zadaniach. Młodsi uczniowie mają mniejsze doświadczenie w analizowaniu i matematyzowaniu sytuacji przedstawionych w zadaniach, zwłaszcza w zadaniach o wyższym poziomie złożoności. Z analizy rozwiązań wynika, że uczniowie mają problem z interpretacją zwrotów: spóźnia się, w ciągu każdej godziny spóźnia się o kolejne 4 minuty, co czwarte wejście, liczba dni, przy której koszty będą jednakowe oraz ustalaniu liczby grup, które zwiedziły jaskinię od momentu wejścia pierwszej z nich do podanego czasu wejścia ostatniej. Nie zauważono zdecydowanej zależności poziomu wykonania zadania od zadeklarowanego przez autorów numeru wymagania ogólnego, które zostało mu przypisane. Zadania otwarte sprawdzające *Rozumowanie i argumentację* są trudniejsze niż zadanie dotyczące *Wykorzystania i interpretowania reprezentacji.* Zaskakująco niską rozwiązywalność zadania 1., które według autorów dotyczyło wymagania *Sprawność rachunkowa* można wyjaśnić niezbyt trafnym przypisaniem sprawdzanych umiejętności. Rachunki w tym przypadku stanowiły narzędzie w budowaniu modelu matematycznego dla przedstawionego kontekstu praktycznego. Uczniowie z każdej grupy wiekowej zaprezentowali różne podejścia do rozwiązywania problemów, których dotyczyły zadania. Niekiedy zapisy formalne budziły zastrzeżenia, ale były tworzone ze świadomością celu i świadczą o poprawnym rozumowaniu. W przypadku jednego zadania (zadanie 3.) umiejętność wykorzystywana do rozwiązywania przez większość uczniów dotyczyła innych treści niż zaplanowali autorzy. Osiągnięcie zadowalających wyników na egzaminie ósmoklasisty warunkują umiejętności rachunkowe rozwinięte do poziomu umożliwiającego rozwiązywanie problemów teoretycznych i praktycznych oraz rozumienie i właściwa interpretacja treści zadania i pojęć w nim występujących.

Bibliografia

Informator o egzaminie ósmoklasisty z matematyki od roku szkolnego 2018/2019, https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Informatory.

Matematyka. Przykładowy arkusz egzaminacyjny, https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_arkusz_EO_1.

Podstawa programowa tom 6, Ministerstwo Edukacji Narodowej, Warszawa 2008.

Podstawa programowa kształcenia ogólnego. Szkoła podstawowa. Matematyka, https://cke.gov.pl/egzamin-osmoklasisty/podstawa-programowa.

Sprawozdania z egzaminu gimnazjalnego z lat 2012–2017, https://www.cke.edu.pl/egzamin-gimnazjalny/wyniki.

Sprawozdania ze sprawdzianu 2015 i 2016 https://cke.gov.pl/sprawdzian/wyniki.

Wyniki krajowe sprawdzianu z lat 2012–2014 https://cke.gov.pl/sprawdzian/archiwum/wyniki.

fot. A. Folwaczny