

## zespół I STATYKA

---

### 1. ŚRODKOWY UKŁAD SIŁ

Analityczny warunek równowagi przestrzennego środkowego układu sił ma postać:

$$\sum_{i=1}^n P_{ix} = 0 \quad \sum_{i=1}^n P_{iy} = 0 \quad \sum_{i=1}^n P_{iz} = 0 \quad (1.1)$$

W przypadku płaskiego środkowego układu sił warunek (1.1) przyjmuje postać:

$$\sum_{i=1}^n P_{ix} = 0 \quad \sum_{i=1}^n P_{iy} = 0 \quad (1.2)$$

W równaniach równowagi sił (1.1) i (1.2) występują zarówno rzuty sił czynnych, jak i reakcji więzów.

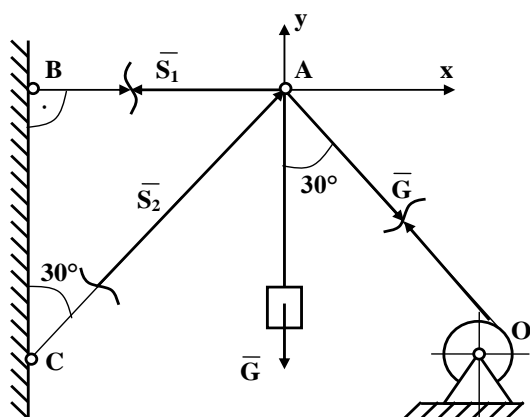
W niektórych zadaniach można korzystać z twierdzenia o trzech siłach, które brzmi:

„Warunkiem koniecznym i wystarczającym równowagi trzech sił jest, aby ich proste przecinały się w jednym punkcie i aby trójkąt sił był trójkątem zamkniętym”.

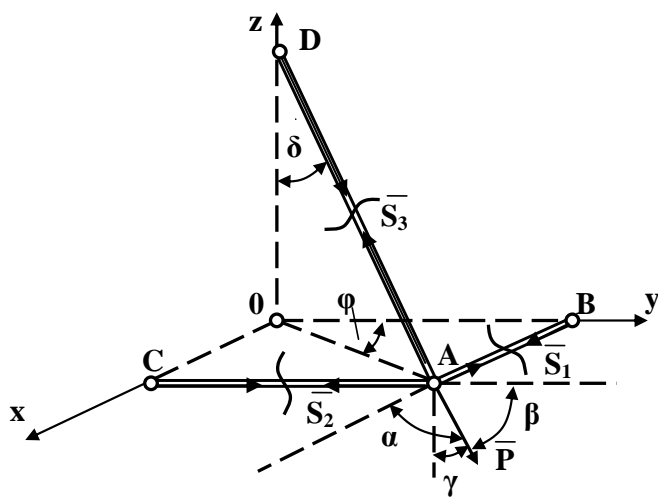
#### Przykład 1

Ciało o ciężarze  $G = 60$  [kN] zawieszono za pomocą linki przerzuconej przez niewielki krążek A i zamocowanej na bębnie wciągarki. Wyznaczyć siły w prętach AC i AB wysięgnika (rys.1 str.10).

Przetnijmy myślowo pręty AB, AC oraz linkę A0. Otrzymamy po wstawieniu odpowiednich reakcji płaski środkowy układ sił. Rozpatrzmy równowagę sił działających na punkt A (rys. 1)



Rys. 1



Rys. 2

$$\sum_{i=1}^4 P_{ix} = 0 \rightarrow -S_1 + S_2 \sin 30^\circ + G \sin 30^\circ = 0$$

$$\sum_{i=1}^n P_{iy} = 0 \rightarrow S_2 \cos 30^\circ - G - G \cos 30^\circ = 0$$

Stąd ostatecznie:  $S_1 = 94,6$  [kN],  $S_2 = 129,1$  [kN]

### Przykład 2

Bezmasowe pręty AC, AB i AD połączone są przegubowo w punkcie A oraz zamocowane przegubowo w punktach B, C i D. W punkcie A przyłożono siłę  $\bar{P}$ , której wartość wynosi:  $P = 8$  [kN]. Siła ta tworzy ze współrzędnymi x i y kąty  $\alpha = \beta = 60^\circ$ . Wyznaczyć siły w prętach jeżeli  $\delta = 60^\circ$ , zaś  $\varphi = 45^\circ$  (rys. 2)

### Rozwiązanie

W miejsce więzów wstawiamy odpowiednie reakcje  $S_1$ ,  $S_2$  i  $S_3$  jak na rysunku 2. Rozpatrzmy równowagę przestrzennego środkowego układu sił działających na punkt A

$$\sum_{i=1}^4 P_{ix} = 0 \rightarrow -S_1 + P \cos \alpha - S_3 \sin \delta \sin \varphi = 0$$

$$\sum_{i=1}^4 P_{iy} = 0 \rightarrow -S_2 + P \cos \beta - S_3 \sin \delta \cos \varphi = 0$$

$$\sum_{i=1}^4 P_{iz} = 0 \rightarrow S_3 \cos \delta - P \cos \gamma = 0$$

Stąd ostatecznie:  $S_1 = S_2 = -2,92$  [kN],  $S_3 = 11,28$  [kN]. Znak minus wskazuje, że zwroty sił  $S_1$  i  $S_2$  zostały przyjęte błędnie.

### 1.1. Płaski środkowy układ sił

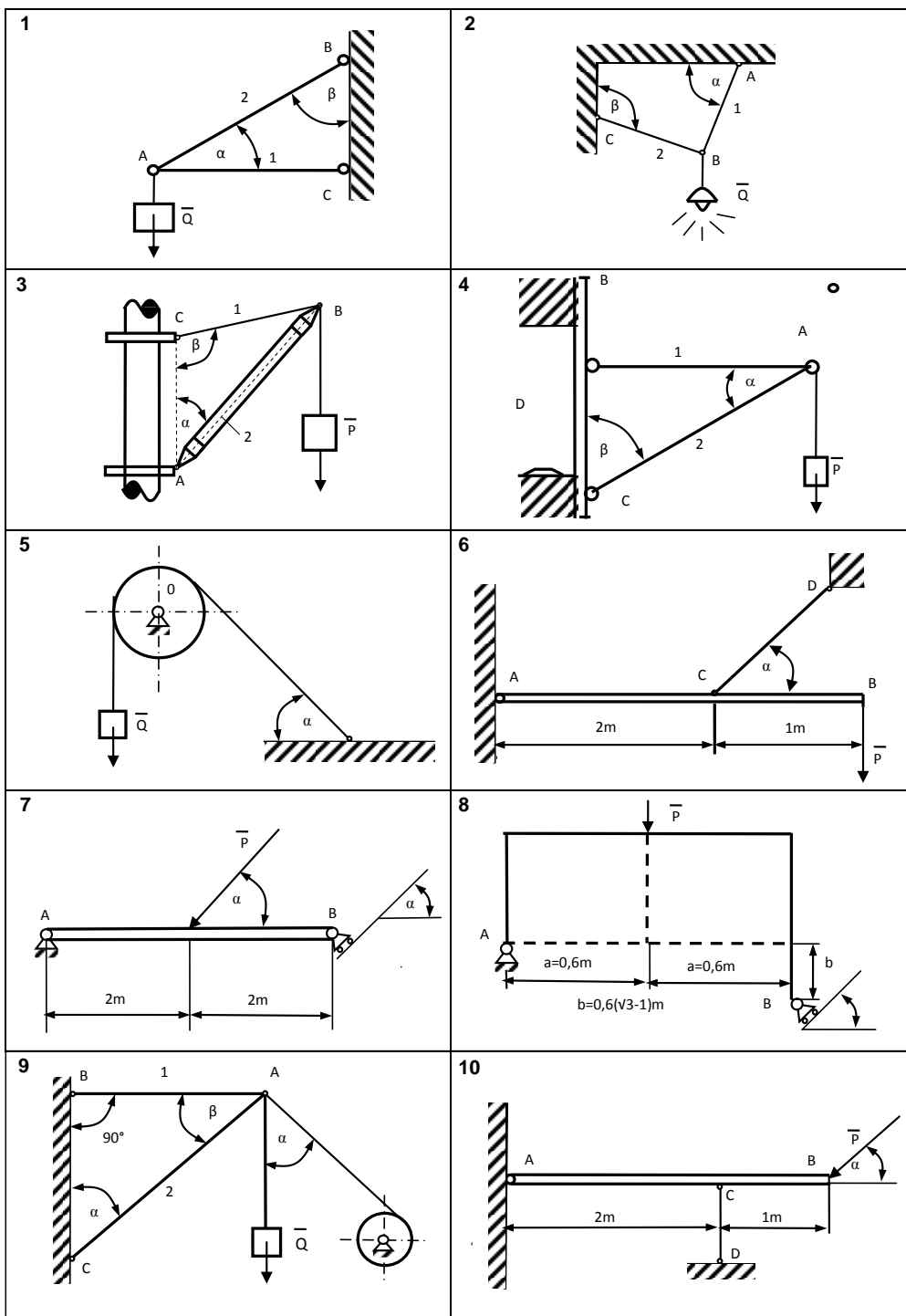
Wyznaczyć reakcje więzów konstrukcji, których schematy pokazano na rys. 1 – 20 na str. 14, 15 (wymiary podano w m). Obciążenia zestawiono w tabeli.

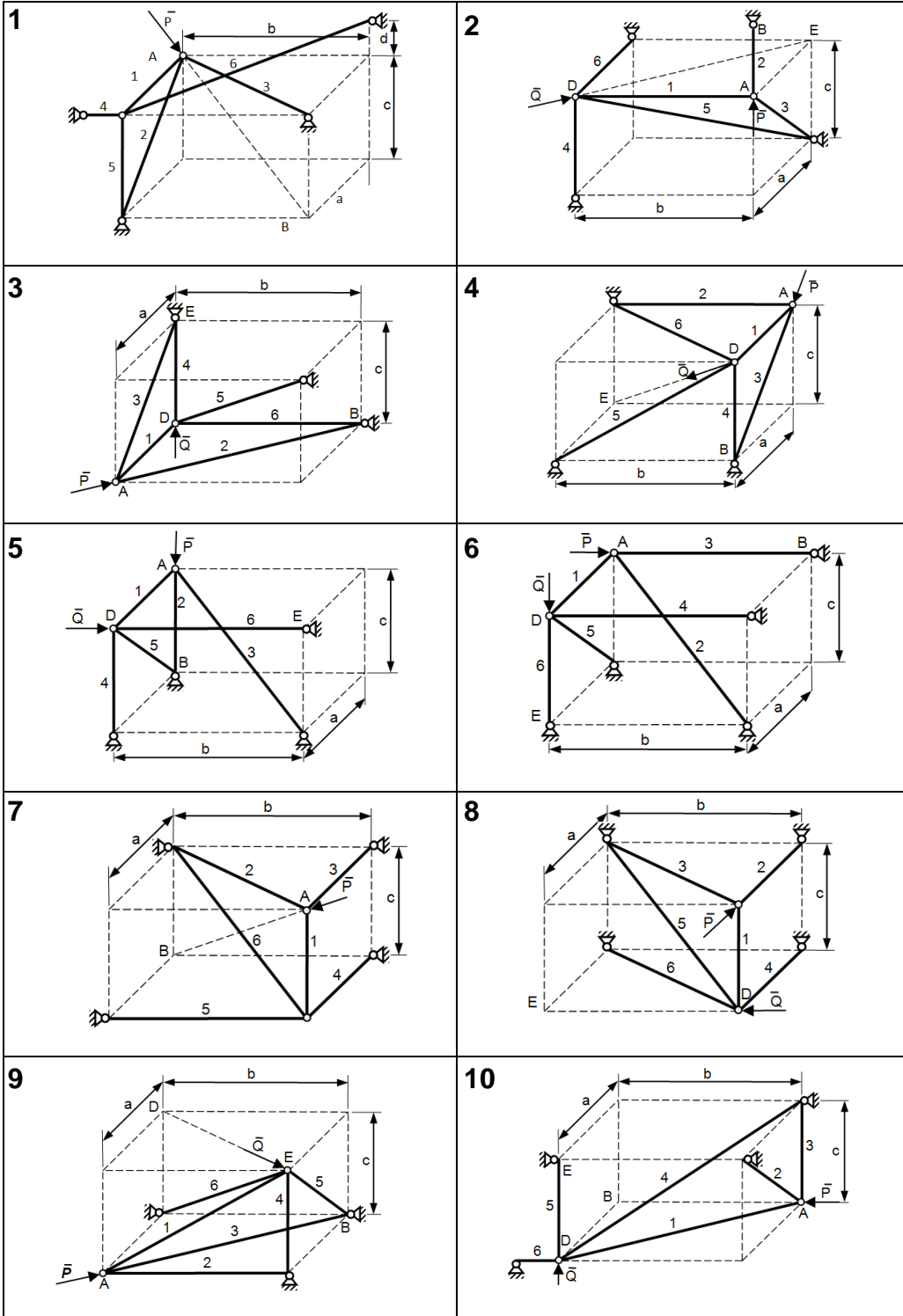
Numer rysunku	[kN]		Stopnie	Stopnie	Szukane
	P	Q	$\alpha$	$\beta$	
1	-	10	30	60	$S_1, S_2$
2	-	0,02	60	135	$S_1, S_2$
3	2	-	15	135	$S_1, S_2$
4	1	-	30	60	$S_1, S_2$
5	-	6	60	-	$R_0$
6	2	-	15	-	$R_A, S_{CD}$
7	2	-	45	-	$R_A, R_B$
8	6	-	30	-	$R_A, R_B$
9	-	6	30	60	$S_1, S_2$
10	3	-	60	-	$S_{CD}, R_A$

### 1.2. Przestrzenny środkowy układ sił

Wyznaczyć siły w prętach, przegubowo – prętowych konstrukcji. Siła  $\bar{P}$  działa w kierunku AB, siła  $\bar{Q}$  (w wariantach 2, 4-6, 10) w kierunku DE, w wariantach 11 – 20 jak na rys. 11 – 20. Schematy konstrukcji pokazano na rys. 1 – 20, str. 16, 17. Dane do obliczeń podano w tabeli.

Numer rysunku	[kN]		Wymiary w [m]				Szukane
	P	Q	a	b	c	d	
1	9	-	4,0	5,0	4,0	1,0	$S_1 \dots S_6$
2	6	8	4,5	5,0	4,0	-	$S_1 \dots S_6$
3	3	5	2,0	3,0	2,5	-	$S_1 \dots S_6$
4	5	3	3,5	5,5	4,0	-	$S_1 \dots S_6$
5	7	5	4,0	5,0	4,5	-	$S_1 \dots S_6$
6	8	6	4,5	5,5	4,0	-	$S_1 \dots S_6$
7	2	-	3,5	5,0	4,0	-	$S_1 \dots S_6$
8	4	6	4,0	5,0	4,5	-	$S_1 \dots S_6$
9	5	6	4,5	5,0	3,5	-	$S_1 \dots S_6$
10	6	4	3,5	5,0	4,5	-	$S_1 \dots S_6$





### 1.3. Odpowiedzi

#### Ad. 1.1. Płaski środkowy układ sił

- Ad 1)  $S_1 = 17,3$  [kN],  $S_2 = 20$  [kN]  
 Ad 2)  $S_1 = 0,04$  [kN],  $S_2 = 0,06$  [kN]  
 Ad 3)  $S_1 = 1,04$  [kN],  $S_2 = 2,83$  [kN]  
 Ad 4)  $S_1 = 1,73$  [kN],  $S_2 = 2$  [kN]  
 Ad 5)  $R_0 = 13,3$  [kN]  
 Ad 6)  $R_A = 1,95$  [kN],  $S_{CD} = 0,77$  [kN]  
 Ad 7)  $R_A = 2,24$  [kN],  $R_B = 1,0$  [kN]  
 Ad 8)  $R_A = 4,4$  [kN],  $R_B = 3,1$  [kN]  
 Ad 9)  $S_1 = 9,46$  [kN],  $S_2 = 12,92$  [kN]  
 Ad 10)  $R_A = 1,98$  [kN],  $S_{CD} = 3,9$  [kN]

#### 1.2. Przestrzenny środkowy układ sił

- Ad 1)  $S_1 = 5,4$  [kN],  $S_2 = S_3 = 7,63$  [kN],  $S_4 = 55,23$  [kN],  
 $S_5 = 34,56$  [kN],  $S_6 = 55,99$  [kN]  
 Ad 2)  $S_1 = S_2 = S_6 = 0$  [kN],  $S_4 = 0,59$  [kN],  $S_5 = 9,31$  [kN],  
 $S_6 = 6,0$  [kN]  
 Ad 3)  $S_1 = S_3 = S_5 = S_6 = 0$  [kN],  $S_2 = 3,0$  [kN],  $S_4 = 5,0$  [kN]  
 Ad 4)  $S_1 = S_2 = S_5 = 0$  [kN],  $S_3 = 5,0$  [kN],  $S_4 = 1,57$  [kN],  
 $S_6 = 2,56$  [kN]  
 Ad 5)  $S_1 = S_3 = S_4 = S_5 = 0$  [kN],  $S_2 = 7,0$  [kN],  $S_6 = 5,0$  [kN]  
 Ad 6)  $S_1 = S_2 = S_4 = S_5 = 0$  [kN],  $S_3 = 8,0$  [kN],  $S_6 = 6,0$  [kN]  
 Ad 7)  $S_1 = 1,1$  [kN],  $S_2 = 1,67$  [kN],  $S_3 = 1,92$  [kN],  $S_4 = 0,96$  [kN],  
 $S_5 = 1,37$  [kN],  $S_6 = 2,0$  [kN]  
 Ad 8)  $S_1 = S_3 = S_5 = 0$ ,  $S_2 = 4,0$  [kN],  $S_4 = 4,8$  [kN],  $S_6 = 7,68$  [kN]  
 Ad 9)  $S_1 = S_2 = S_5 = 0$ ,  $S_3 = 5,0$  [kN],  $S_4 = 3,12$  [kN],  $S_6 = 6,73$  [kN]  
 Ad 10)  $S_1 = 7,32$  [kN],  $S_2 = 6,84$  [kN],  $S_3 = 5,4$  [kN],  $S_4 = 9,1$  [kN],  
 $S_5 = 9,4$  [kN],  $S_6 = 0$  [kN]